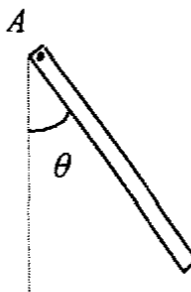


1996 年第 27 屆國際物理奧林匹亞競賽  
國家代表隊準決選資格考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

一、一質量為  $M$ ，長為  $L$  的均勻木桿，一端掛在支持點  $A$  上，使木桿在鉛直面內作自由轉動，如圖一所示。開始時，木桿與鉛垂線夾成  $\theta$  角，然後自由釋放，問：



圖一

(a) 當木桿轉到鉛垂線位置時，試求支持點  $A$  對木桿之作用力及木桿質心之速度？

(b) 承(a)題，若支持點  $A$  突然斷落，試求此後木桿質心的運動軌跡。

(c) 繼續(b)題，當木桿從初始的鉛直位置落下  $H$  高度時，木桿對其質心總共繞了幾圈？

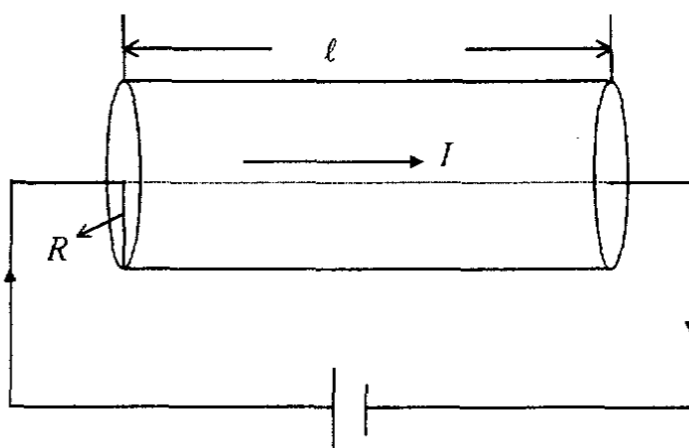
(註：木桿對通過質心之垂直軸的轉動慣量為  $\frac{1}{12}ML^2$ 。)

二、一器壁極薄的導體圓柱容器，半徑為  $R$ ，長為  $\ell$ ，裝滿水銀後，平置於水平面上，兩端串接電池如圖二所示。假設流經水銀柱的總電流  $I$ ，均勻分布在截面上，求：

(a) 距軸心徑向距離為  $r$  處 ( $r < R$ ) 的磁場強度。

(b) 距軸心徑向距離為  $r$  處 ( $r < R$ ) 的水銀，所受到磁力而產生之壓力。

(c) 容器的端面器壁所受到上述效應產生之總力。



圖二

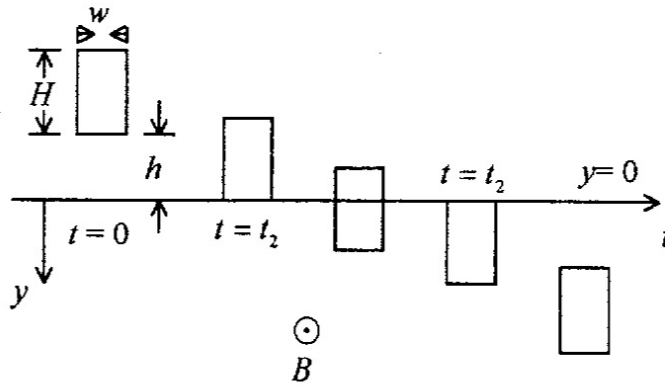
三、一長方形線圈，長為  $H$ ，寬為  $w$ ，質量為  $m$ ，電阻為  $R$ 。在時刻  $t = 0$  時，自一水平面(設為  $y = 0$ )的上方高度為  $h$  處自由落下。假設該水平面上方的磁場為

零，其下方為均勻的磁場  $B$ ，磁場方向垂直紙面向外，如圖三所示。

(a) 分別求線圈在  $0 < t \leq t_1$ ； $t_1 \leq t \leq t_2$ ；及  $t \geq t_2$  時的速度。(以已知量和  $t_1$ 、 $t_2$  表示之。)

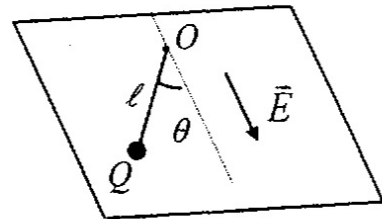
(b) 若線圈每邊長度皆增長為原長的  $N$  倍，且如圖自同一高度  $h$  下降，則線圈的運動會有何改變？

註： $\left(\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln(a+bx)\right)$ 。



圖三

四、在一均勻電場  $\vec{E}_0$  的區域內，有一光滑水平桌面，桌面上有一質量為  $m$ ，帶正電荷  $Q$  的小球，被一長度為  $\ell$  的細絕緣繩繫住，繩子的另一端則固定於  $O$  點，俯視桌面如圖四所示。當  $t=0$  時，小球靜止不動，其電位為  $V_0$ ，且細繩與電場  $\vec{E}$  的夾角為  $\theta_0$ 。



圖四

(a) 描述其後小球的運動情形。

(b) 繩子所受的最大張力為何？當時小球的電位  $V$  為何？

(c) 若  $\theta_0 \ll 1$ ，則繩子最初達到最大張力所經歷的時間  $t$  為何？

(d) 若在某一時刻  $t$  時，細繩與電場  $\vec{E}$  間的夾角為  $\theta(t)$ ，小球電位為  $V(t)$ ，試繪出小球電位  $V$  對  $\theta$  的關係曲線圖 (即  $V = V(\theta)$ )。

五、考慮下述兩個簡單的大氣模型，忽略風、氣體對流及重力變化等的影響。(視大氣為理想氣體，由 20% 氧氣及 80% 氮氣組成。氧和氮的分子量分別為 32 及 28；雙原子氣體分子的定壓和定容比熱之比值  $\gamma$  為  $\frac{7}{5}$ ；波茲曼常數  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 。)

(a) 假設大氣的溫度均勻(設為  $20^\circ\text{C}$ )，試求氣體分子數密度  $n$  隨離地高度  $h$  變

化的函數關係式，並計算在何高度處，大氣層所含的氣體分子數密度減為在地面時的一半。

(b) 假設大氣為一絕熱系統，證明大氣層的溫度  $T$  與離地高度  $h$  呈線性遞減關係，並計算其溫度遞減率。

六、一雷達站坐落在海拔 100 公尺高的海岸斷崖上，發出波長為 1 公尺的無線電波，用於偵測遠處海面上空的飛行物。

(a) 數十公里外，貼近海面飛行的飛行物是否容易被偵測到？為什麼？(地球表面曲度，以及海面波浪的變化不計。)

(b) 距離雷達站 20 公里處，接近海面的飛行物，在那些特別的飛航高度，比較容易被偵測到？

(c) 雷達站的無線電波偵測器的有效頻率範圍可以記作  $(3 \times 10^8 \pm \Delta f) \text{ Hz}$ ，欲偵測到航速為 5 倍音速(約  $1500 \text{ m/sec}$ )的飛行物，則頻寬  $\Delta f$  至少應是多少？

(提示：藉由飛行物本身反射回去的電波，飛行物才可被雷達偵測到。在題述情況下，除有一部分反射波直接反射回雷達以外，也有一部分經由海面反射回去。)